

Metodologia di interpretazione di dati provenienti da sistemi di monitoraggio in continuo. Applicazione al caso della Basilica di S. Marco in Venezia

CHRISTIAN ROSSI

SOMMARIO

L'articolo descrive l'approccio metodologico per l'interpretazione dei dati provenienti da un sistema di monitoraggio strutturale e la relativa applicazione al caso di monumenti di importanza storica. Viene preso in considerazione il caso della Basilica di S. Marco in Venezia e il suo sistema di monitoraggio in continuo analizzato al fine di determinare il comportamento deformativo, nel breve e nel lungo periodo, delle strutture portanti della Basilica.

1. – INTRODUZIONE

L'installazione di un sistema di monitoraggio in continuo, ossia costituito da strumenti collegati ad un'unità di acquisizione automatica, si rivela particolarmente importante quando si rende necessaria la valutazione del comportamento deformativo di edifici monumentali, spesso caratterizzati da una notevole complessità strutturale.

Nel seguito viene proposta una metodologia per l'interpretazione dei segnali provenienti da un sistema di monitoraggio e ne viene mostrata la relativa applicazione al caso della Basilica di San Marco in Venezia ove nel 1991, a seguito di un accurato programma di indagini volte all'analisi delle condizioni statiche della struttura eseguito dall'ISMES S.p.A. di Bergamo, per incarico del Magistrato alle Acque di Venezia e sotto la supervisione della Procuratoria di San Marco, è stato installato un sistema di monitoraggio finalizzato alla valutazione del comportamento deformativo annuale e nel lungo periodo delle strutture portanti della Basilica.

2. – IL SISTEMA DI MONITORAGGIO INSTALLATO NELLA BASILICA DI SAN MARCO

Il sistema per il monitoraggio strutturale della Basilica di San Marco è costituito dai seguenti strumenti:

- n° 11 Estensimetri a filo (EF);

Gli estensimetri a filo controllano le variazioni nel tempo della distanza relativa tra due strutture verticali contrapposte. Il principio su cui si basa lo strumento è quello di misurare la distanza relativa tra due strutture tramite un filo agganciato alle stesse

e mantenuto in tensione per mezzo di un contrappeso. Le variazioni della distanza tra le due strutture inducono uno spostamento verticale del contrappeso che viene misurato da un sensore di tipo potenziometrico.

– n° 5 Termosonde (T);

Le termosonde consentono la misura nel tempo della temperatura dell'aria e sono costituite da un termometro elettrico a variazione di resistenza.

– n° 4 Inclinometri (I);

Gli inclinometri rilevano le variazioni di inclinazione delle strutture in esame; sono costituiti da un sensore inclinometrico servoassistito montato su un supporto in acciaio collegato alla muratura mediante barre in acciaio fissate con resina.

– n° 5 Estensimetri sulle lesioni (EL);

Gli estensimetri sulle lesioni permettono di seguire l'eventuale apertura o chiusura di una fessura nella muratura tramite la misura della variazione di distanza tra due punti a cavallo della fessura stessa.

Ogni strumento di un sistema di monitoraggio strutturale si propone di rappresentare l'andamento nel tempo di un certo fenomeno (apertura di lesioni, movimenti relativi dei pilastri, andamento della temperatura, ...) mediante registrazioni effettuate ad intervalli temporali regolari di grandezze fisiche direttamente collegate al fenomeno stesso.

I parametri fondamentali che indicano le caratteristiche dei trasduttori degli strumenti installati sono:

- *Fondoscala*: costituisce il campo di misura massimo del trasduttore;
- *Accuratezza*: indica la vicinanza di una misura al vero valore della quantità misurata (rif. normativa ISRM [13] e ASTM [14]). Viene espressa in genere come percentuale del fondoscala.

Le caratteristiche dei trasduttori utilizzati negli strumenti installati nella Basilica di San Marco sono indicate nella *Tabella* seguente:

	Estensimetri a filo	Estensimetri sulle lesioni	Inclinometri	Termosonde
<i>FONDOSCALA</i>	25 mm	12,5 mm	$\pm 14.5^\circ$	$\pm 100^\circ\text{C}$
<i>ACCURATEZZA</i>	$\pm 0.3\%$ f.s. (± 0.075 mm)	$\pm 0.3\%$ f.s. (± 0.038 mm)	$\pm 0.02\%$ f.s. ($\pm 0.0029^\circ$)	$\pm 0.15\%$ f.s. ($\pm 0.049^\circ\text{C}$)

Gli strumenti descritti sono stati installati in data 8/5/91. In data 4/11/94 sono stati aggiunti al sistema di monitoraggio n° 3 assestimetri monobase (AS) e n° 3 Piezometri tipo Casagrande (PZ). La posizione degli strumenti è indicata nella planimetria di *Fig. 1*. Tutti gli strumenti sono stati installati a livello dei matronei dal momento che a tale altezza esiste una porzione di muratura non ricoperta da mosaici o dal rivestimento marmoreo. Gli strumenti sono collegati ad un'unità di acquisizione automatica che esegue la lettura delle registrazioni

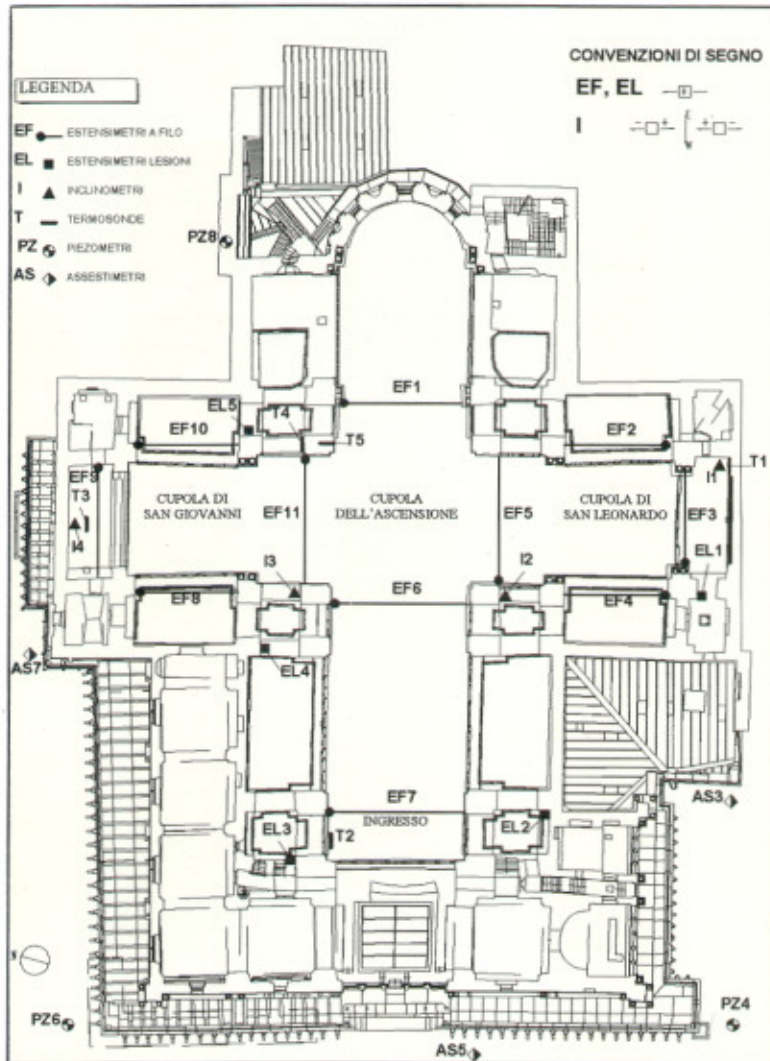


Fig. 1 - Planimetria della Basilica di San Marco con indicata l'ubicazione degli strumenti

ad intervalli di due ore. Le elaborazioni mostrate nel seguito fanno riferimento ai valori medi giornalieri delle registrazioni di ciascuno strumento.

3. - METODOLOGIA PER L'INTERPRETAZIONE DEI SEGNALI PROVENIENTI DAL MONITORAGGIO STRUTTURALE

La metodologia per l'interpretazione dei segnali provenienti dal monitoraggio strutturale proposta nel presente articolo è finalizzata alla comprensione del quadro deformativo delle strutture portanti dell'edificio ed è impostata su elaborazioni che permettano di correlare le varie grandezze misurate da strumenti diversi, di evidenziare le caratteristiche fondamentali del loro andamento nel tempo e quindi di individuare l'insorgere di fenomeni di deriva.

In molti casi già la semplice diagrammazione dell'andamento del segnale nel tempo (come quella riportata in Fig. 2, dove sono rappresentati i segnali derivanti dalle registrazioni della

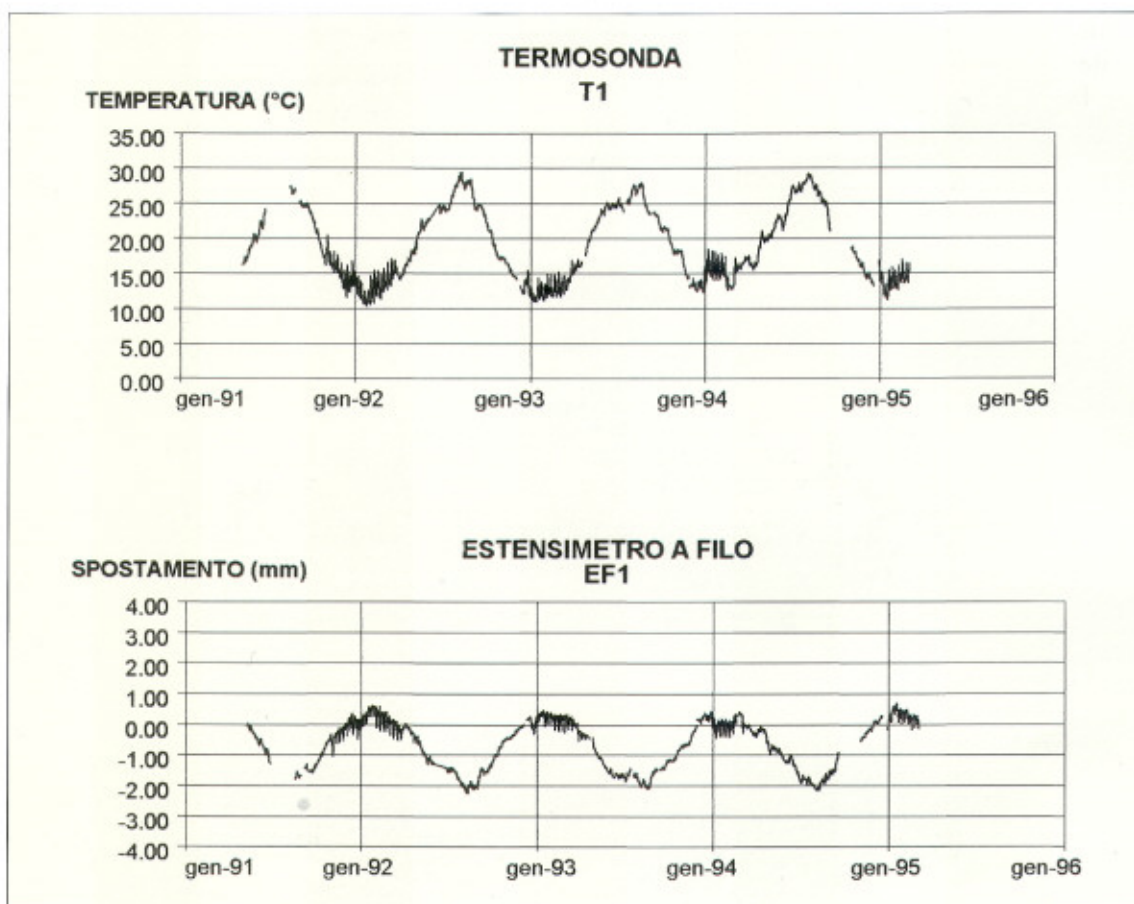


Fig. 2 - Esempio di diagrammi di dati provenienti dal sistema di monitoraggio. È sempre conveniente osservare contemporaneamente il segnale relativo ad uno strumento e l'andamento della temperatura

variazione della temperatura e della distanza relativa tra due punti) consente di individuare le caratteristiche fondamentali del fenomeno, quali la presenza di periodicità fondamentali, gli intervalli di valori massimi misurati dallo strumento, la correlazione con le misure di temperatura, la presenza di eventuali trend molto evidenti.

Ovviamente in questa prima fase è possibile formulare osservazioni soltanto di natura qualitativa, tuttavia importanti per una prima valutazione del fenomeno e per poter finalizzare la successiva analisi numerica.

L'analisi visiva consente inoltre di evidenziare irregolarità nella registrazione del fenomeno, che possono essere causate da malfunzionamenti del sistema di acquisizione o delle componenti elettroniche e meccaniche degli strumenti oppure da urti subiti dagli elementi meccanici degli strumenti. Preliminarmente alle successive elaborazioni è infatti necessario eliminare le interruzioni e le irregolarità presenti nel segnale. Vengono infatti utilizzate tecniche di analisi in frequenza del segnale i cui algoritmi necessitano di segnali campionati con un intervallo di tempo costante e senza discontinuità. L'eliminazione delle irregolarità viene effettuata depurando il segnale dalle anomalie dovute ad urti e malfunzionamenti che possono portare ad un'interpretazione del segnale stesso non rispondente all'andamento reale del fenomeno. Per i dati provenienti dalle registrazioni degli estensimetri a filo i valori del segnale sono stati depurati dagli effetti della dilatazione termica del filo in invar, effetti che comunque non sono di entità rilevante.

Le elaborazioni numeriche eseguite sui segnali provenienti dal sistema di monitoraggio prevedono le seguenti fasi:

- Analisi delle correlazioni esistenti tra le misure registrate dai vari strumenti;
- Analisi del segnale:
 - Individuazione della componente armonica del segnale;
 - Determinazione del trend del segnale.

I metodi di elaborazione utilizzati si basano su ipotesi derivanti dalla teoria dei processi stocastici e dei segnali. In particolare ogni segnale registrato $X_i(t)$ rappresenta una singola realizzazione di un processo stocastico $X(t)$, la cui funzione di distribuzione è data da:

$$F(x, t) = P[X(t) \leq x]$$

cioè $F(x, t)$ costituisce la probabilità che al tempo t le funzioni che costituiscono il processo non superino il valore x . Le serie temporali $X_i(t)$ che possono essere registrate costituiscono «l'insieme» che definisce il processo stocastico [1]. Nella *Tabella 1* sono riportate le grandezze fondamentali, dette momenti d'insieme, dei processi stocastici.

Tabella 1 – Momenti d'insieme dei processi stocastici

	MOMENTI D'INSIEME PER UN PROCESSO $X(t)$
Media d'insieme	$\mu(t) = E(X(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x, t) dx$
Varianza d'insieme	$\sigma^2(t) = E(X(t) - E^2(X(t))) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu(t))^2 f(x, t) dx$
Funzione di autocorrelazione d'insieme	$R_{xx}(t, t + \tau) = E(X(t) \cdot X(t + \tau))$
Funzione di autocovarianza d'insieme	$C_{xx}(t, t + \tau) = E\{[X(t) - \mu(t)] \cdot [X(t + \tau) - \mu(t + \tau)]\} =$ $= R_{xx}(t, t + \tau) - \mu(t)\mu(t + \tau)$
	MOMENTI D'INSIEME PER DUE PROCESSI $X(t)$ e $Y(t)$
Funzione di crosscorrelazione d'insieme	$R_{xy}(t, t + \tau) = E(X(t) \cdot X(t + \tau))$
Funzione di crosscovarianza d'insieme	$C_{xy}(t, t + \tau) = E\{[X(t) - \mu_x(t)] \cdot [Y(t + \tau) - \mu_y(t + \tau)]\} =$ $= R_{xy}(t, t + \tau) - \mu_x(t)\mu_y(t + \tau)$

I metodi di elaborazione numerica si basano sulle fondamentali ipotesi di stazionarietà ed ergodicità dei segnali trattati.

Un processo stocastico si dice stazionario in senso stretto quando tutti i momenti di qualunque ordine non variano in seguito ad uno spostamento dell'origine dei tempi. L'ipotesi di stazionarietà comporta che le funzioni di correlazione e le funzioni di covarianza dipendano soltanto da τ .

Se la non stazionarietà del processo è legata soltanto ai momenti del secondo ordine, si potrà costruire un processo stazionario operando la trasformazione:

$$Y(t) = \frac{X(t) - \mu}{\sigma}$$

che fornisce un processo a media nulla e varianza unitaria.

Se il processo ha media nulla, funzioni di correlazione e funzioni di covarianza coincidono.

In seguito verranno considerate soltanto le funzioni di correlazione in quanto le elaborazioni dei segnali provenienti dal sistema di monitoraggio verranno effettuate a partire da processi resi stazionari tramite la trasformazione precedente.

Un processo stocastico si definisce ergodico se è possibile stimare i suoi momenti da una singola realizzazione.

L'ipotesi di ergodicità implica che i momenti di insieme possano essere sostituiti dai momenti temporali (Tabella 2) gli unici calcolabili dalle realizzazioni reali del fenomeno.

Tabella 2 - Momenti temporali dei processi stocastici

	MOMENTI TEMPORALI PER UN PROCESSO $X(t)$
Media temporale	$\mu = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} X(t) dt$
Varianza	$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} (X(t) - \mu)^2 dt$
Funzione di autocorrelazione temporale	$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} X(t) X(t+\tau) dt$
	MOMENTI TEMPORALI PER DUE PROCESSI $X(t)$ e $Y(t)$
Funzione di crosscorrelazione temporale	$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} X(t) Y(t+\tau) dt$

La funzione di autocorrelazione divisa per il valore della varianza σ^2 prende il nome di autocorrelazione normalizzata:

$$\rho_{xx}(\tau) = \frac{R_{xx}(\tau)}{\sigma_x^2}$$

Tale funzione risulta sempre compresa tra -1 e 1 e tende ad annullarsi per intervalli di tempo elevati. La funzione di autocorrelazione, infatti, esprime un legame tra valori che la funzione assume al tempo t e valori al tempo $t + \tau$, dunque costituisce una sorta di indicatore della «memoria» del processo.

L'annullarsi della funzione di autocorrelazione per tempi elevati è dovuto al fatto che qualsiasi fenomeno fisico ha una memoria limitata nel tempo. Analogamente si definisce una funzione di crosscorrelazione normalizzata.

Le considerazioni esposte fin qui valgono per processi continui noti in tutto il loro sviluppo temporale.

Nei casi reali, però, un processo fisico è conosciuto soltanto nei valori $X_i (i = 0, N)$ che esso assume in corrispondenza degli istanti t_i , in un intervallo di tempo T (intervallo temporale

in cui il segnale è campionato). Supponendo costante l'intervallo di campionamento Δt , risulta $N = T/\Delta t$ e l'istante generico è dato da $t_i = i \cdot \Delta t$. I momenti potranno essere stimati dai dati campionati sulla base delle formule riportate in *Tabella 3*.

Tabella 3 – Momenti temporali dei processi stocastici discreti

	MOMENTI TEMPORALI PER UN PROCESSO $X(i)$ DISCRETO
Media temporale	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i)$
Varianza	$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} [x(i) - \bar{x}]^2$
Funzione di autocorrelazione temporale	$r_{xx}(k \cdot \Delta t) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} x_i \cdot x_{i+k}}{s^2}$
	MOMENTI TEMPORALI PER DUE PROCESSI $X(i)$ e $Y(i)$ DISCRETI
Funzione di crosscorrelazione temporale	$r_{xy}(k \cdot \Delta t) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} x_i \cdot y_{i+k}}{s_x s_y}$

3.1. – ANALISI DELLE CORRELAZIONI

L'analisi delle correlazioni esistenti tra le grandezze misurate dagli strumenti del sistema di monitoraggio strutturale viene condotta attraverso l'esame delle funzioni di autocorrelazione e crosscorrelazione $R_{xx}(\tau)$ e $R_{xy}(\tau)$ già riportate nella *Tabella 2*.

Come evidenziato in precedenza, si tratta di particolari momenti di un processo stocastico e possono essere considerate, in maniera più significativa, un'estensione del concetto di correlazione semplice alle serie temporali.

Dato un esperimento che fornisce come risultati due insiemi di misure x_i e y_i , $i = 1, 2, 3, \dots, N$ il grado di dipendenza tra x e y può variare dalla perfetta linearità fino alla completa indipendenza.

Il grado di dipendenza lineare tra due misure x e y può essere determinato calcolando il prodotto medio tra $x - \mu_x$ e $y - \mu_y$. Per $N \rightarrow \infty$ tale prodotto medio prende il nome di covarianza di x e y , definito come segue:

$$\sigma_{xy} = E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x - \mu_x)(y - \mu_y)$$

Quando x e y non sono correlate, la somma dei prodotti positivi di $x - \mu_x$ e $y - \mu_y$ è uguale alla somma dei prodotti negativi e il prodotto medio è $\sigma_{xy} = 0$. Nel caso in cui la dipendenza sia perfettamente lineare risulta $\sigma_{xy} = \sigma_x \sigma_y$. La correlazione viene poi espressa in maniera più usuale in termini del rapporto

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

ove ρ_{xy} è detto coefficiente di correlazione ed esprime la dipendenza lineare tra le due variabili x e y in una scala compresa tra -1 e $+1$; $\rho_{xy} = -1$ significa che la relazione tra x e y è inversa invece che diretta.

Supponendo ora che i due insiemi di misura siano registrazioni di due processi stocastici continui $x(t)$ e $y(t)$, il concetto di correlazione semplice discusso in precedenza può essere applicato anche in questo caso, con l'unica differenza che viene introdotta un'ulteriore variabile, denominata ritardo temporale τ . Il concetto di covarianza può dunque essere esteso fino a definire la *funzione di covarianza*:

$$C_{xy}(\tau) = E\{[X(t) - \mu_x] \cdot [Y(t + \tau) - \mu_y]\} = R_{xy}(\tau) - \mu_x \mu_y$$

dove $R_{xy}(\tau)$ è la *funzione di crosscorrelazione* ed esprime la dipendenza del valore del processo $y(t)$ al tempo $t + \tau$ dal valore del processo $x(t)$ al tempo t .

La presenza della variabile ritardo temporale τ permette poi di utilizzare il concetto di correlazione nel caso in cui sia $x(t) = y(t)$. In questo caso si parla di funzione di autocorrelazione $R_{xx}(\tau)$ che esprime la dipendenza del valore del processo $x(t)$ al tempo $t + \tau$ dal valore al tempo t dello stesso processo.

3.2. - ANALISI DEL SEGNALE

Il metodo utilizzato per l'analisi dei segnali provenienti dal sistema di monitoraggio è schematizzato in Fig. 3 e viene qui riassunto nelle sue fasi principali.

- *Eliminazione delle interruzioni e delle irregolarità presenti nel segnale.*

Come già visto in precedenza, l'eliminazione delle irregolarità e delle discontinuità nel segnale è un'operazione indispensabile per l'esecuzione delle successive elaborazioni numeriche.

- *Eliminazione delle non stazionarietà del segnale.*

Come visto in precedenza, l'analisi dei segnali si basa sulla fondamentale ipotesi della stazionarietà (oltre che dell'ergodicità) del processo stocastico rappresentante il fenomeno oggetto di studio, per cui il segnale viene reso stazionario mediante il procedimento indicato in precedenza.

- *Analisi in frequenza del segnale.*

Tale operazione consiste nel riconoscimento delle periodicità fondamentali del fenomeno e può essere condotta esaminando la funzione di autocorrelazione, che contiene le stagionalità principali del segnale, oppure analizzando direttamente il contenuto in frequenza del segnale tramite trasformazione dal dominio del tempo al dominio della frequenza.

- *Eliminazione delle periodicità fondamentali.*

Viene condotta tramite l'applicazione di un filtro al segnale trasformato in frequenza. Nel dominio del tempo ciò equivale a sottrarre al segnale di partenza una sinusoide contenente il periodo dominante.

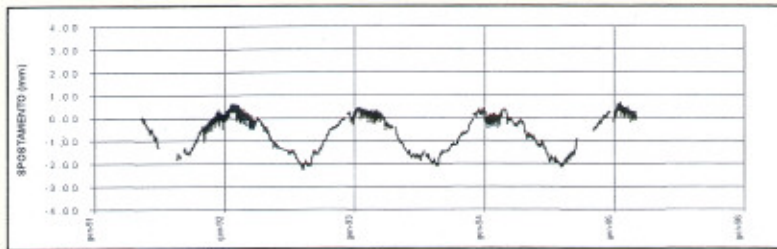
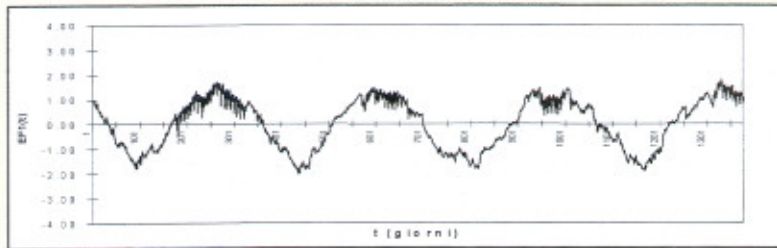
- *Determinazione delle distribuzioni di densità di probabilità del segnale.*

Una volta eseguito il filtraggio, si traccia l'istogramma del segnale. Se tutte le periodicità fondamentali del segnale sono state eliminate il residuo risulta caratterizzato da una distribuzione di probabilità che si avvicina molto a quella di Gauss. Il segnale filtrato cioè, è caratterizzato da una componente puramente «random» o, in altri termini, costituisce un «rumore bianco».

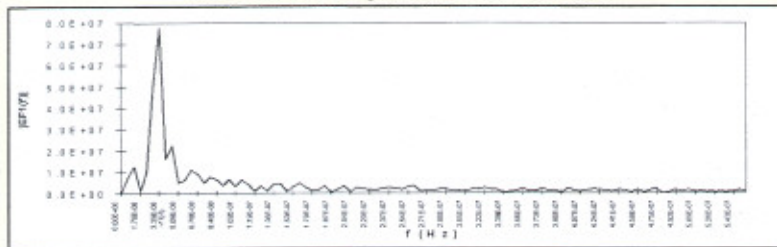
- *Determinazione del trend tramite regressione lineare a partire dal segnale filtrato.*

L'utilizzo di una regressione di tipo lineare ai minimi quadrati per determinare il trend annuale è giustificato dal fatto che il segnale non presenta più alcuna stagionalità ma costituisce un «rumore bianco». Il trend ottenuto è relativo al processo stazionario: per ottenere il trend reale è necessario tenere conto del metodo utilizzato per eliminare le non stazionarietà del segnale.

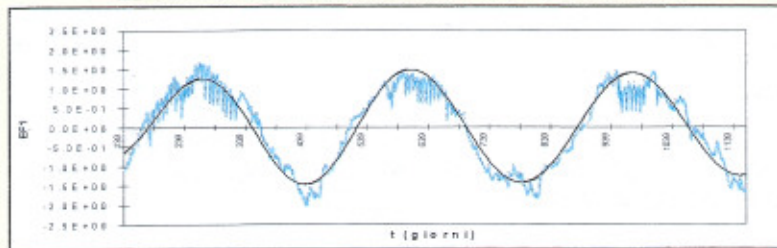
METODO PER L'ANALISI DEI SEGNALI

ELIMINAZIONE DELLE INTERRUZIONI E DELLE IRREGOLARITÀ
E DELLE NON STAZIONARIETÀ

ANALISI IN FREQUENZA DEL SEGNALE



ELIMINAZIONE DELLA PERIODICITÀ FONDAMENTALE



COSTRUZIONE DELL'ISTOGRAMMA E DETERMINAZIONE DEL TREND

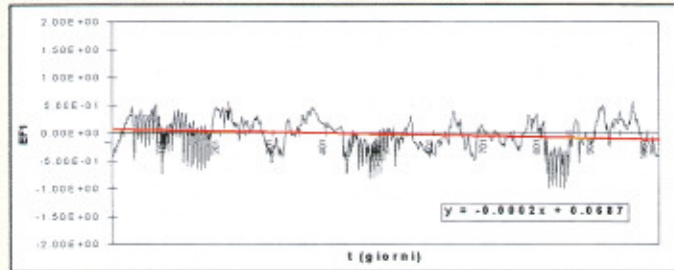
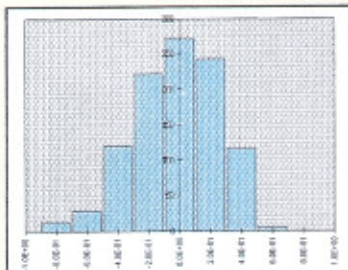


Fig. 3

Il metodo sopra descritto è migliore di una stima ai minimi quadrati del trend eseguita sul segnale originario, ossia non depurato dalle periodicità fondamentali.

Infatti il metodo di stima ai minimi quadrati consiste nella scelta a priori di una famiglia di funzioni $f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)$ approssimanti il segnale e quindi nella ricerca dei valori dei coefficienti $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ tali da minimizzare il valore dello scarto quadratico:

$$E(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \sum_{j=1}^m \left(F(t_j) - \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(t_j) \right)^2$$

dove $F(t_j)$ è il segnale da approssimare e $t_1, t_2, \dots, t_m$ gli m istanti di tempo in cui esso è campionato.

La soluzione del problema è data dalla n -pla di valori che risolve il sistema di n equazioni in n incognite:

$$\frac{\partial E(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)}{\partial \alpha_i} = -2 \sum_{j=1}^m \left[\left(F(t_j) - \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(t_j) \right) f_i(t_j) \right] = 0 \quad i = 1, \dots, n$$

La scelta più ovvia delle funzioni approssimanti potrebbe essere costituita dalle funzioni lineari $f_1(t) = t$ e $f_2(t) = 1$, ma non risulterebbe soddisfacente date le particolarità dei segnali oggetto di studio. La presenza di periodicità molto marcate induce infatti ad errori nella stima di un eventuale trend lineare qualora venga ricercata soltanto la retta di migliore approssimazione.

Nell'analisi di sistemi di monitoraggio è conveniente elaborare i segnali considerando che essi risultino approssimati da una combinazione lineare del tipo

$$\sum_{i=1}^4 \alpha_i f_i(t) = \alpha_1 + \alpha_2 t + \alpha_3 \sin(\omega_1 t + \alpha_4)$$

ossia costituita da una retta e una (o più sinusoidi).

Pertanto soltanto dopo aver depurato il segnale da queste sinusoidi fondamentali è possibile considerarlo approssimato da una retta il cui coefficiente angolare fornisce una stima del trend annuale.

La periodicità fondamentale dei segnali, ottenuti dal sistema di monitoraggio, viene determinata attraverso un'analisi in frequenza del segnale stesso.

È noto che una funzione continua nel tempo $x(t)$ può essere convertita in una funzione in frequenza $X(f)$ tramite la trasformata di Fourier, espressa nella seguente relazione integrale:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-j2\pi ft) dt$$

dove f è la nuova variabile indipendente misurata in Hz. La trasformata di Fourier è invertibile; su un segnale in frequenza è possibile applicare il seguente integrale:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \exp(j2\pi ft) df$$

Le due equazioni scritte definiscono una trasformata accoppiata di Fourier:

$$x(t) \Leftrightarrow X(f)$$

La trasformata di Fourier, o più brevemente F.T., è una quantità complessa:

$$X(f) = R(f) + jI(f)$$

$$X(f) = |X(f)| \exp(j\varphi(f))$$

ove $X(f)$ è denominato ampiezza o spettro di Fourier di $x(t)$ e $\varphi(f)$ angolo di fase.

Quanto esposto fino ad ora riguarda la trasformata di Fourier continua. Per poter calcolarla è necessaria ovviamente una discretizzazione del problema che è oggi permesso da un efficace algoritmo noto sotto il nome di FFT (Fast Fourier Transform). Più problematica risulta la definizione a livello teorico della trasformata discreta su cui non ci si sofferma in questa sede.

In Fig. 4 è riportato come esempio lo spettro di Fourier del segnale relativo all'estensimetro a filo EF1.

Lo spettro di Fourier indica chiaramente che il periodo fondamentale del segnale è quello corrispondente alla frequenza di $3.39\text{E-}8$ Hz (341 giorni).

Il segnale nel dominio del tempo può dunque essere scomposto in una sinusoide con tale periodo e in una serie di altre sinusoidi con ampiezze molto più piccole corrispondenti agli altri valori di frequenza.

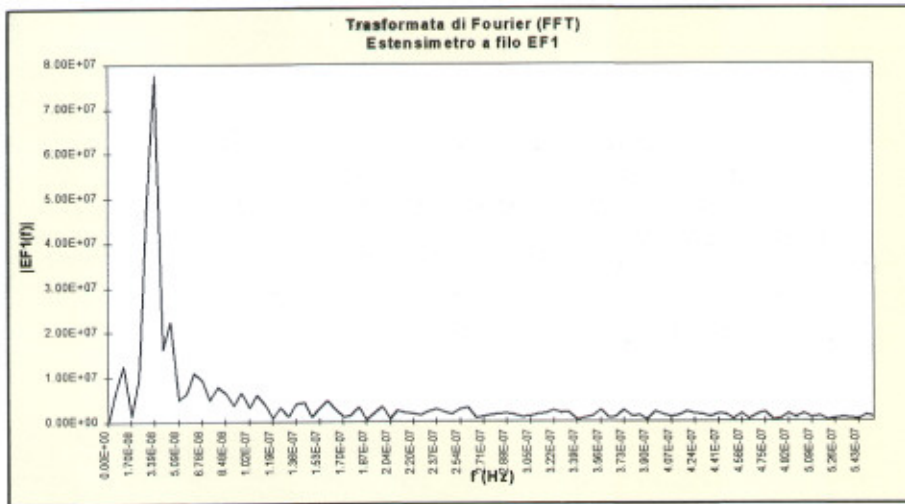


Fig. 4 – Spettro di Fourier relativo all'estensimetro a filo EF1. È presente un picco corrispondente al valore di frequenza $3.39\text{E-}8$ Hz, indicando che il segnale presenta una periodicità dominante pari a circa 341 giorni, prossima a quella annuale

Una volta determinato il periodo fondamentale viene eseguito un filtraggio in frequenza:

$$X_{filtr}(f) = X(f) \cdot U(f)$$

ove:

$$U(f) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & f < f_{\max} - 3 \\ 1/2 & f = f_{\max} - 2 \\ 0 & f_{\max}^{-1} \leq f \leq f_{\max}^{+1} \\ 1/2 & f = f_{\max} + 2 \\ 1 & f < f_{\max} + 3 \end{array} \right\}$$

Viene così ottenuto un segnale $X_{filtr}(f)$ che successivamente viene antitrasformato nel dominio del tempo ottenendo un residuo depurato dalla periodicità fondamentale.

$$x_{filtr}(t) = I^{-1}[X_{filtr}(f)]$$

Tale procedura è stata implementata in linguaggio Fortran ed eseguita su un normale PC.

Se i dati così ottenuti hanno una distribuzione che si avvicina a quella di Gauss, è possibile determinare il trend utilizzando un'interpolazione lineare.

Un segnale caratterizzato unicamente da una componente casuale tende ad avere una funzione di densità di probabilità normale,

$$\rho(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

rappresentata in Fig. 5a nella forma standardizzata; σ e μ sono rispettivamente la deviazione standard e la media dei dati.

Un segnale periodico del tipo di quelli provenienti dal sistema di monitoraggio, che possono essere approssimati da una combinazione lineare di una senoide

$$s(t) = S \cdot \sin(2\pi ft + \varphi)$$

e di un rumore $n(t)$ distribuito normalmente, un segnale cioè esprimibile nella forma:

$$x(t) = s(t) + n(t)$$

tende ad assumere una funzione di densità di probabilità descritta dalla seguente formula:

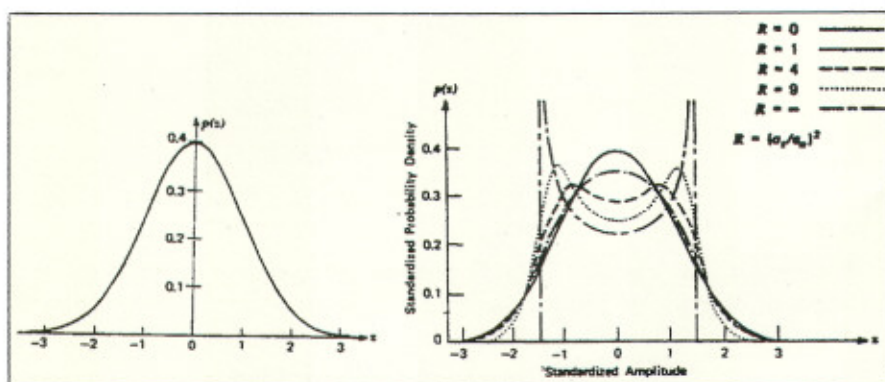
$$\rho(x) = \frac{1}{\sigma_n \pi \sqrt{2\pi}} \int_0^\pi \left[\left(\frac{x - S \cos \varphi}{4\sigma_n} \right)^2 \right] d\varphi$$

e rappresentata in Fig. 5b per diversi valori del rapporto $R = \sigma_s^2/\sigma_n^2$: dove σ_n^2 è la varianza del rumore $n(t)$ e σ_s^2 la varianza della senoide, pari a $(S/\sqrt{2})^2$.

Questo rapporto esprime la preponderanza di una delle due componenti ($s(t)$ o $n(t)$) del segnale rispetto all'altra. Nel caso limite in cui sia $R = 0$ il segnale costituisce un rumore puro e la sua distribuzione è Gaussiana; al contrario per $R = \infty$ esso è una senoide pura, e la sua funzione di densità di probabilità assume la caratteristica forma indicata in Fig. 5b.

Dunque se dall'analisi del segnale risulta un istogramma che tende alla distribuzione di Fig. 5a significa che il segnale non presenta componenti periodiche e che il filtraggio è stato eseguito correttamente.

Attraverso la procedura fino ad ora descritta dal filtraggio in frequenza è stato ottenuto un «rumore bianco» da cui è possibile determinare il trend tramite interpolazione lineare ai minimi quadrati.



Figg. 5a e 5b - Densità di probabilità standard per un segnale puramente random (Gaussiano) e per un segnale di combinazione lineare dello stesso rumore più una senoide

5. – INTERPRETAZIONE DEI DATI PROVENIENTI DAL SISTEMA DI MONITORAGGIO DELLA BASILICA DI SAN MARCO

5.1. – INTERPRETAZIONE DELLE FUNZIONI DI CORRELAZIONE

Correlazioni tra strumenti dello stesso tipo

Poiché la maggior parte dei movimenti che interessano la struttura è legata alle variazioni termiche giornaliere e stagionali, l'analisi delle correlazioni tra le misure fornite dai vari strumenti deve necessariamente partire dallo studio delle correlazioni esistenti tra le temperature misurate in vari punti della Basilica. Nel diagramma di Fig. 6 sono rappresentate la funzione di autocorrelazione della termosonda T4 (T4-T4) e la funzione di crosscorrelazione tra la stessa e le termosonde T1, T2, T3 e T5 (posizionata quest'ultima all'interno della muratura del pilastro sud-ovest del tetrapode Nord-Est).

Tutte le funzioni di correlazione presentano una periodicità di circa 341 giorni, come evidenziato dall'analisi visiva delle serie temporali di tutti i segnali.

I grafici evidenziano inoltre che i segnali rilevati dalle termosonde T1, T2, T3, T4 sono molto ben correlati tra di loro, tanto che le funzioni di correlazione risultano pressoché coincidenti; ciò indica il fatto che all'interno della Basilica, nella zona dove sono posizionate le termosonde, cioè a livello del piano dei matronei, la temperatura varia in modo omogeneo, per cui il fenomeno relativo alle variazioni di temperatura dell'aria interna può essere descritto in maniera sufficientemente esatta utilizzando la misurazione di una sola di tali temperature. Nelle successive analisi verrà preso in considerazione soltanto il segnale relativo ad una delle termosonde (precisamente la T4).

Per quanto riguarda il segnale rilevato dalla termosonda T5 si può osservare che, mentre la funzione di autocorrelazione T4-T4 presenta all'origine un valore di ordinata pari a 1 (per uno sfasamento temporale pari a 0 il dato è perfettamente correlato con se stesso) e decade all'aumentare dello sfasamento temporale (al tempo $t + \tau$ il dato dipende in misura via via minore dal dato al tempo t), la funzione di crosscorrelazione T4-T5 parte da un valore di ordinata minore, indice del fatto che il segnale della T5 non è correlato perfettamente con quello della T4, e decade all'aumentare dello sfasamento temporale. La funzione T4-T5 è poi sfasata di alcuni giorni rispetto alla funzione T4-T4: ciò è dovuto al fatto che la termosonda T5 è posizionata all'interno di un pilastro e le variazioni della temperatura da essa registrata risentono dell'inerzia termica della muratura, che, nel caso analizzato, risulta pari a circa 6 giorni.

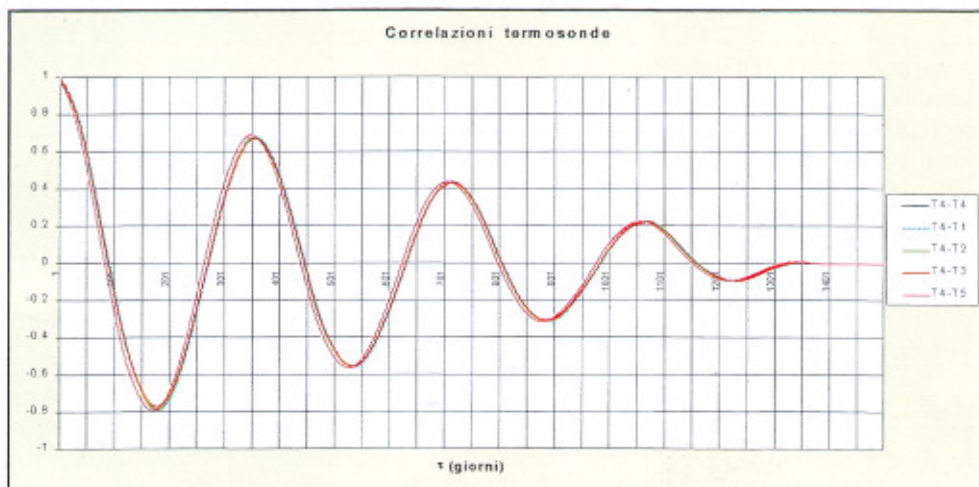


Fig. 6 – Funzioni di correlazione tra le temperature rilevate dalle termosonde installate nel sistema di monitoraggio della Basilica di San Marco

Lo studio della correlazione presente tra le registrazioni degli estensimetri a filo è stato condotto analizzando separatamente i segnali relativi a gruppi omogenei di strumenti riferiti ad una stessa struttura all'interno della Basilica (vedi *Tabella 4*). Verificata la buona correlazione degli estensimetri relativi a ciascuna struttura, le correlazioni tra i dati provenienti dagli strumenti appartenenti ai vari gruppi sono state effettuate utilizzando solo uno strumento, ritenuto rappresentativo del gruppo.

Tabella 4 – Raggruppamento degli estensimetri a filo per l'analisi delle correlazioni. L'estensimetro a filo EF10 contrassegnato non è stato considerato perché il suo segnale è inattendibile

STRUTTURA	STRUMENTI
CUPOLA DELL'ASCENSIONE	EF1, EF5, EF6, EF11
CUPOLA DI S. LEONARDO	EF2, EF3, EF4
CUPOLA DI S. GIOVANNI	EF8, EF9, EF10*
INGRESSO	EF7

In *Fig. 7* sono diagrammate tutte le funzioni di correlazione tra le misure estensimetriche determinate nell'ambito di ogni singolo gruppo.

Si osserva che i segnali provenienti dagli strumenti installati sulla Cupola dell'Ascensione sono molto ben correlati tra di loro. Per correlare le deformazioni di questa zona della Basilica con le deformazioni relative ad altre zone, può essere utilizzato uno soltanto di questi segnali rappresentativo del comportamento della Cupola dell'Ascensione.

Per quanto riguarda la Cupola di San Leonardo si nota che gli estensimetri EF2 ed EF4 risultano molto ben correlati tra loro. L'estensimetro a filo EF3 invece è scarsamente correlato con i precedenti; la sua funzione di crosscorrelazione con EF2 parte da un valore molto basso, pari a 0.1 e presenta un ritardo temporale che indica quasi un'opposizione di fase rispetto agli altri strumenti.

I segnali relativi agli estensimetri EF8 ed EF9 sono scarsamente correlati: EF9 presenta una funzione di autocorrelazione simile a quella di altri strumenti installati lungo i matronei con le stesse modalità, mentre la funzione di crosscorrelazione EF9-EF8 evidenzia la particolarità del segnale dell'estensimetro EF8. I due estensimetri devono essere valutati separatamente.

Sempre in *Fig. 7* sono poi rappresentate le funzioni di correlazione tra gli strumenti rappresentativi di ogni gruppo: gli estensimetri a filo EF1 (Cupola dell'Ascensione), EF2 (Cupola di San Leonardo), EF9 (Cupola di San Giovanni) ed EF7 (l'unico estensimetro installato in prossimità dell'ingresso).

La correlazione tra gli estensimetri EF1, EF2 ed EF9 risulta buona, anche se le funzioni di crosscorrelazione EF1-EF2 ed EF1-EF9 partono da un valore leggermente minore di 1. In particolare il segnale dell'estensimetro EF2 presenta uno sfasamento temporale di circa 10 giorni rispetto all'estensimetro EF1; indice del fatto che le deformazioni subite dalla Cupola di San Leonardo non sono perfettamente in fase con quelle della Cupola dell'Ascensione.

L'estensimetro a filo EF7 risulta invece scarsamente correlato, dato che la sua funzione di crosscorrelazione con EF1 parte da un valore pari a 0.45.

Correlazioni tra strumenti di tipo differente

Dopo aver analizzato separatamente il comportamento delle termosonde e degli estensimetri a filo risulta significativo analizzare la risposta della struttura alle variazioni di temperatura valutando le correlazioni esistenti tra le registrazioni di temperatura (valutando i dati forniti da T4, come indicato in precedenza) e le letture degli estensimetri a filo.

In *Fig. 8* sono riportate la funzione di autocorrelazione di T4 e le funzioni di crosscorrelazioni tra gli estensimetri a filo e la stessa termosonda.

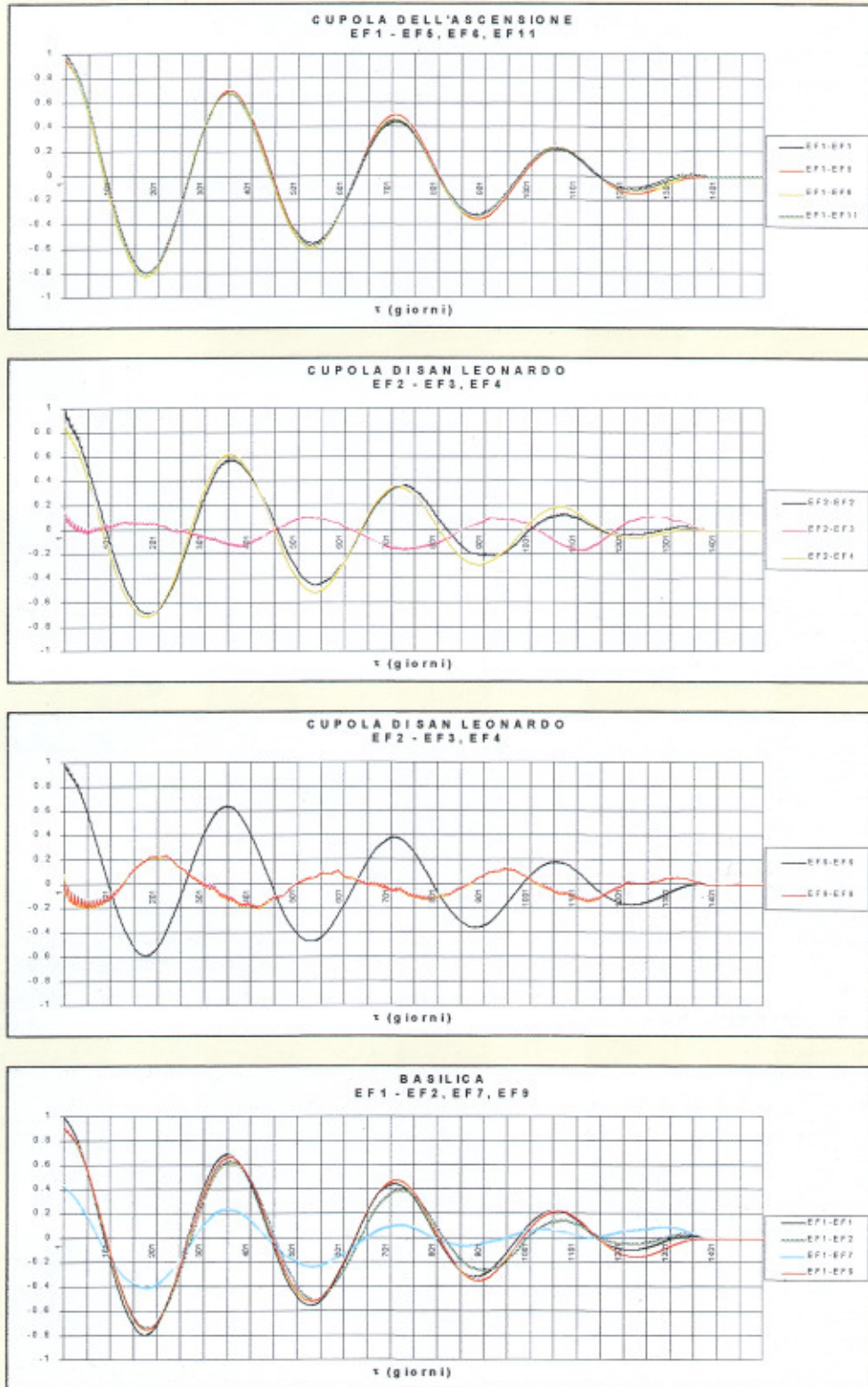


Fig. 7 - Correlazione tra le misure estensimetriche

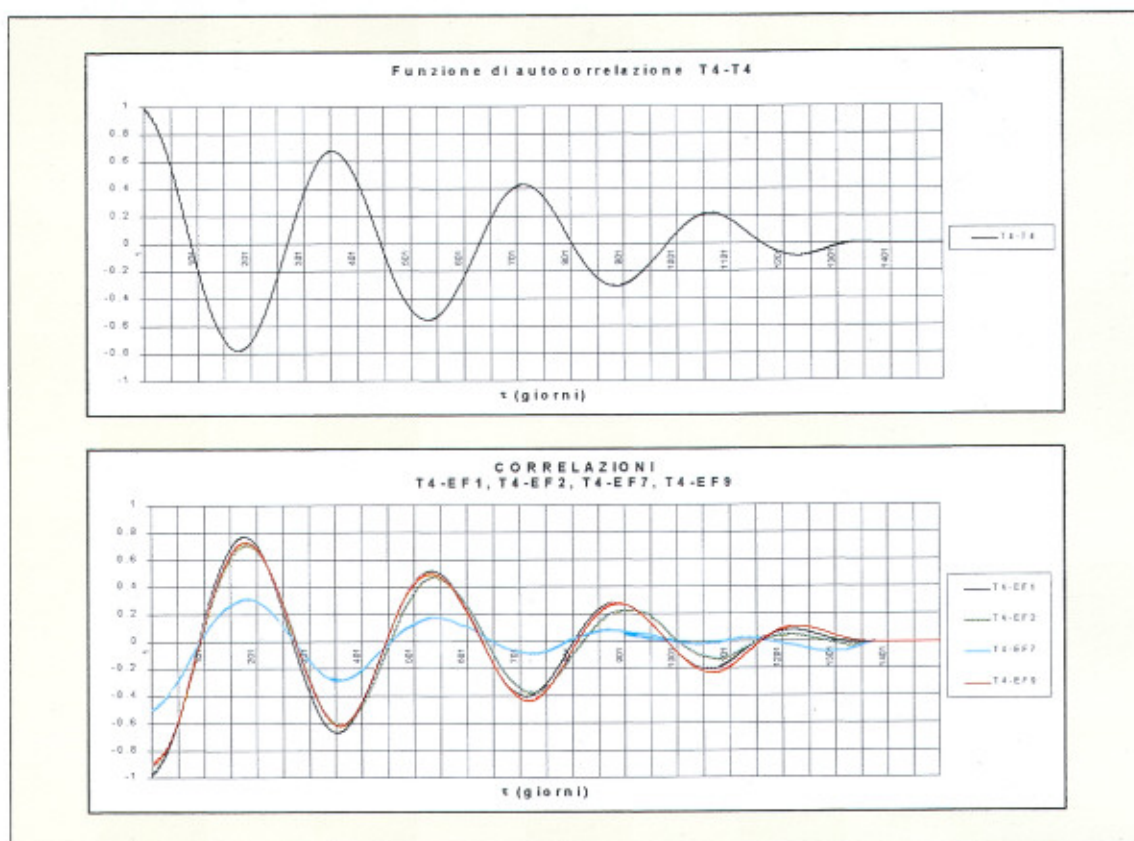


Fig. 8 - Funzioni di autocorrelazione tra misure estensimetriche e termometriche

Appare evidente il fatto che in linea generale le funzioni di correlazione degli estensimetri a filo risultano in opposizione di fase rispetto alla temperatura e presentano la stessa periodicità. Le funzioni di crosscorrelazione tra estensimetri a filo della Cupola dell'Ascensione, cioè EF1, EF5, EF6, EF11 e la termosonda T4 presentano all'origine ordinata prossima a -1 , segno che le deformazioni presentano un elevato grado di correlazione con la temperatura, seppure risultano in opposizione di fase.

Anche il gruppo di strumenti, costituito dagli estensimetri a filo EF2, EF4, EF9 installati in corrispondenza dei matronei, è caratterizzato da una buona correlazione con le registrazioni di temperatura, anche se le funzioni di crosscorrelazione partono da valori maggiori di -1 (-0.9 per EF2, EF4 ed EF9). Questi ultimi estensimetri sono installati su strutture più periferiche e risentono in misura maggiore del vincolo fornito dai matronei: è dunque ragionevole aspettarsi che le deformazioni di questi punti della Basilica siano caratterizzati da una minore dipendenza dalla temperatura. Tali strutture inoltre, oltre che dalla temperatura dell'aria, sono presumibilmente influenzate anche dalle variazioni termiche dei muri perimetrali (dovute per esempio all'irraggiamento).

Del tutto particolari risultano i diagrammi delle correlazioni relative agli estensimetri a filo EF3, EF7 ed EF8. La funzione di crosscorrelazione T4-EF8 per uno sfasamento temporale nullo assume un valore prossimo a zero, evidenziando che non esiste correlazione tra lo strumento e la termosonda T4.

A conferma di quanto osservato si può addurre un'ulteriore considerazione, analizzando la struttura della funzione di autocorrelazione dell'estensimetro a filo EF8 riportata in Fig. 9.

Si nota che il segnale di tale strumento è caratterizzato da una periodicità minore di quella annuale. In maniera più precisa è possibile determinare tale contenuto in frequenza

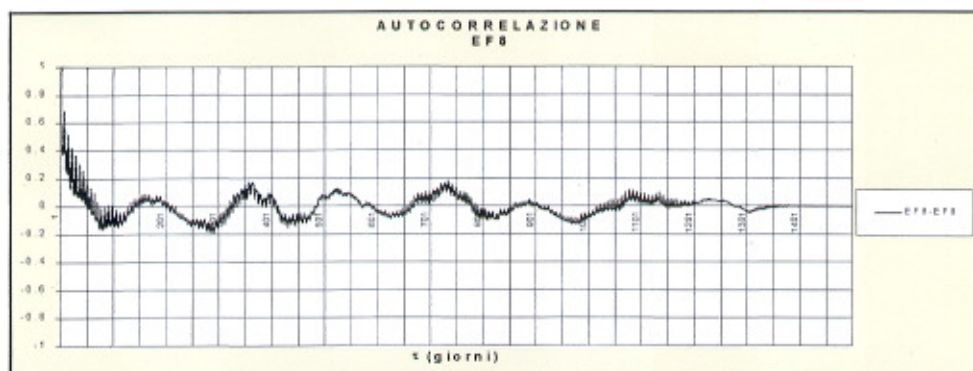


Fig. 9 - Autocorrelazioni dell'estensimetro a filo EF8

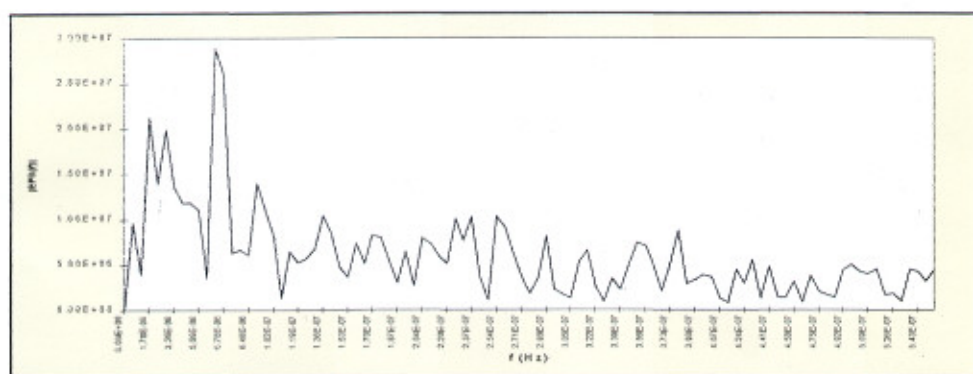


Fig. 10 - Trasformata di Fourier del segnale EF8

dalla trasformata di Fourier del segnale, riportata in Fig. 10, che evidenzia un picco ad una frequenza di $6.78E-8$, corrispondente ad un periodo di circa 170 giorni ed un picco, di ampiezza minore del precedente, alla frequenza annuale.

Il segnale dell'estensimetro EF8 non è quindi in correlazione con la temperatura dell'aria registrata dalle termosonde.

Anche gli estensimetri a filo EF3 ed EF7 presentano una scarsa correlazione con la temperatura e uno sfasamento notevole. Tali strumenti sono caratterizzati da una funzione di autocorrelazione (Fig. 11) diversa da quella degli altri estensimetri. È evidente la presenza di un'oscillazione di periodo confrontabile con la finestra temporale in cui il segnale è campionato.



Fig. 11 - Autocorrelazioni degli estensimetri a filo EF3, EF7

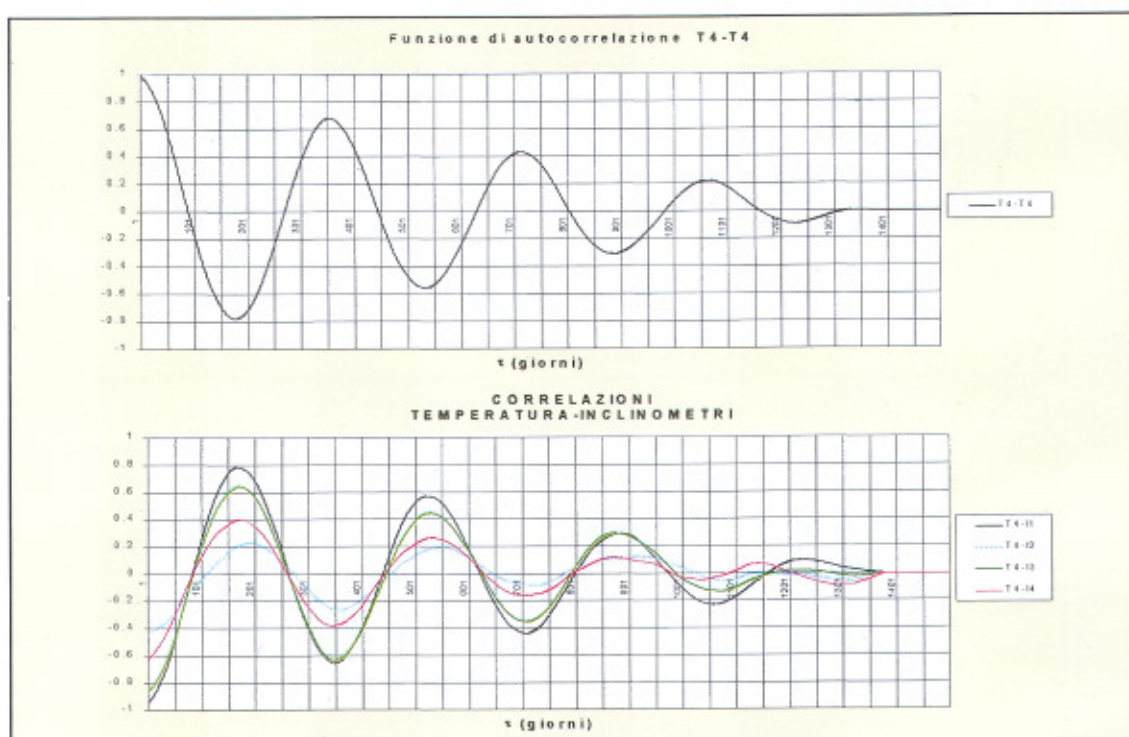


Fig. 12 – Funzioni di correlazione tra le temperature e le letture degli inclinometri

Tale struttura di correlazione evidenzia la presenza di un trend di entità notevole rispetto alle oscillazioni annuali, che, poiché l'intervallo del segnale campionato è di lunghezza limitata, viene interpretato dalla funzione di autocorrelazione come una periodicità insita nel fenomeno.

A conferma di ciò l'analisi in frequenza evidenzia per questi due strumenti un picco ad una frequenza corrispondente ad un periodo superiore a 2 anni.

Sono state eseguite correlazioni tra i segnali provenienti dagli inclinometri e la temperatura. In Fig. 12 sono rappresentate la funzione di autocorrelazione della termosonda T4 e le funzioni di crosscorrelazione tra la stessa termosonda e gli inclinometri. Si nota una buona correlazione degli inclinometri I1 e I3 con la temperatura, mentre per gli altri due inclinometri I2 e I4 la correlazione è meno significativa. Come nel caso degli estensimetri a filo, anche i segnali provenienti dagli inclinometri risultano in opposizione con la temperatura.

La scarsa correlazione presente tra gli inclinometri I2 e I4 e la temperatura è dovuta alla presenza nel segnale di un trend elevato. Le funzioni di autocorrelazione di tali inclinometri hanno infatti una struttura simile a quella già indicata in Fig. 11.

Le correlazioni tra le misure estensimetriche ed inclinometriche vengono effettuate per strumenti che risultano confrontabili in quanto installati sulle stesse strutture, in particolare in corrispondenza dei pilastri dell'arco Ovest della Cupola dell'Ascensione.

Sono riportate in Fig. 13 le correlazioni tra le misure dell'estensimetro a filo EF6 e degli inclinometri I2 e I3, orientati nella stessa direzione dell'estensimetro.

Si può notare che tra EF6 e I3 sussiste una buona correlazione mentre l'inclinometro I2 risulta scarsamente correlato con le letture estensimetriche, probabilmente in relazione al trend presentato da tale inclinometro e già discusso in precedenza.

In conclusione l'analisi delle funzioni autocorrelazione e crosscorrelazione permette di trarre le seguenti considerazioni:

- la temperatura dell'aria varia omogeneamente all'interno della Basilica in tutti i punti al livello dei matronei dove sono state installate le termosonde;

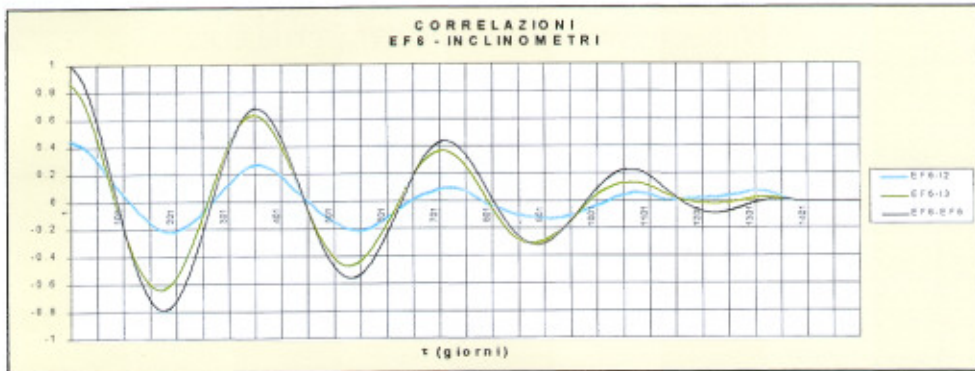


Fig. 13 – Correlazione tra misure estensimetriche ed inclinometriche

- le variazioni di temperatura della muratura (misurate dalla termosonda T5) risultano in ritardo di circa 6 giorni rispetto a quelle dell'aria;
- gli spostamenti evidenziati dagli estensimetri a filo risultano in genere correlati con le variazioni di temperatura ed in opposizione di fase rispetto ad esse;
- gli spostamenti evidenziati dagli estensimetri installati sulla Cupola dell'Ascensione risultano ben correlati tra loro e con le variazioni di temperatura;
- gli spostamenti evidenziati dagli altri strumenti presentano una buona correlazione con la temperatura, anche se risentono di effetti presumibilmente connessi con il maggior grado di vincolo delle strutture su cui sono installati;
- lo strumento EF8 ha un comportamento che appare non correlato con le variazioni di temperatura registrate dalle termosonde;
- gli strumenti EF3 ed EF7 segnalano la presenza di un trend di entità rilevante che risulta ben evidenziabile da questa metodologia di analisi;
- le variazioni di inclinazione evidenziate dagli inclinometri II e I3 risultano ben correlate con la temperatura ed in opposizione di fase rispetto ad essa;
- gli inclinometri I2 e I4 segnalano la presenza di un trend elevato.

5.2. – ANALISI DEL SEGNALE

Individuazione della componente armonica del segnale

L'analisi svolta in precedenza attraverso le funzioni di correlazione ha evidenziato i principali fenomeni che occorre approfondire nel dettaglio, ed in particolare la stretta correlazione tra spostamenti registrati dagli strumenti e variazioni di temperatura, la presenza di un trend notevole se rapportato all'ampiezza delle oscillazioni annuali in alcuni estensimetri ed infine il comportamento particolare dell'estensimetro EF8 le cui oscillazioni non appaiono correlate alle variazioni di temperatura registrate dalle termosonde.

Al fine di approfondire tale analisi con particolare riguardo alla valutazione dell'entità delle oscillazioni annuali, legate ai fenomeni termici, ed all'individuazione di eventuali trend nel segnale, i dati forniti dal sistema di monitoraggio sono stati analizzati secondo il procedimento già indicato in precedenza.

Nelle Figg. 14 e 15 sono riportati due esempi dei diagrammi ottenuti da tale analisi: vengono rappresentate la trasformata di Fourier (FFT) del segnale registrato dallo strumento, la componente armonica fondamentale e il segnale depurato da tale armonica, l'istogramma del residuo e infine una tabella con indicati il coefficiente angolare della retta approssimante il residuo, l'errore standard di tale regressione, il trend del processo stazionario, lo scarto quadratico medio del segnale originario ed infine il trend annuale della registrazione dello strumento.

BASILICA DI S.MARCO - VENEZIA
SISTEMA DI MONITORAGGIO STRUTTURALE
 Analisi Armonica ed Individuazione Trend Annuale
 ESTENSIMETRO A FILO EF1

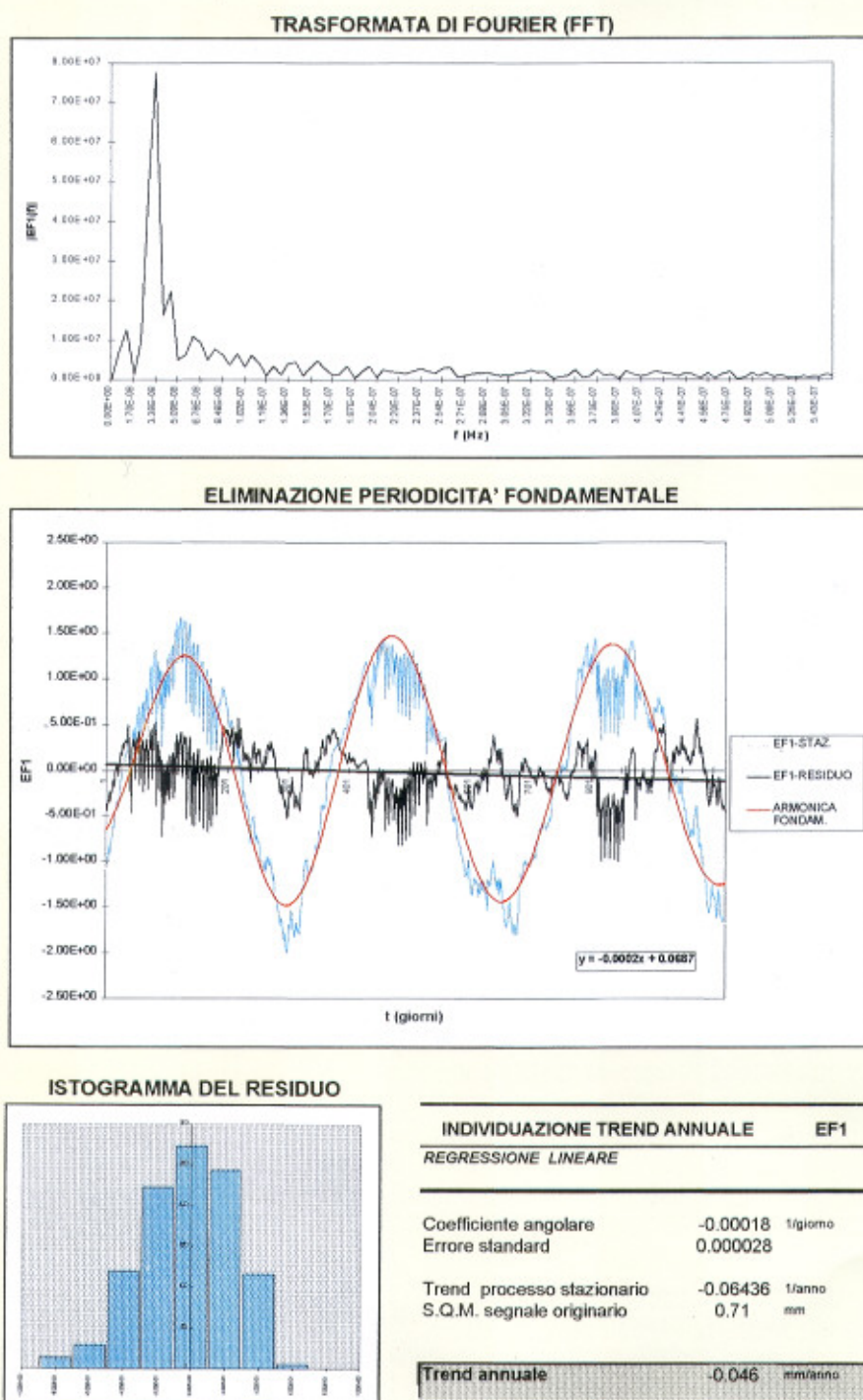
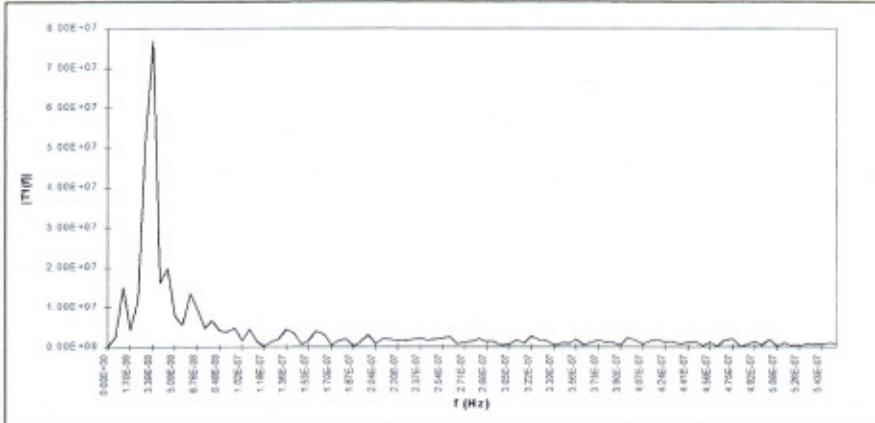


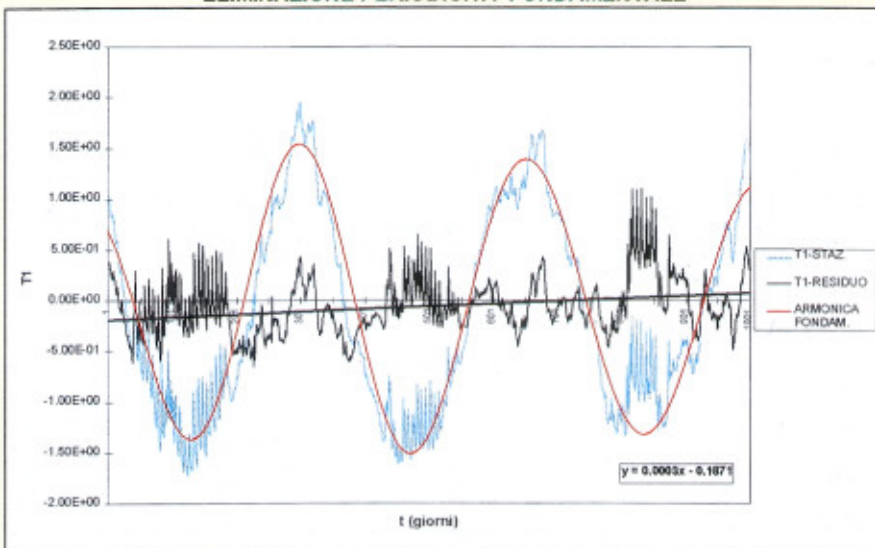
Fig. 14

BASILICA DI S.MARCO - VENEZIA
SISTEMA DI MONITORAGGIO STRUTTURALE
 Analisi Armonica ed Individuazione Trend Annuale
 TERMOSONDA T1

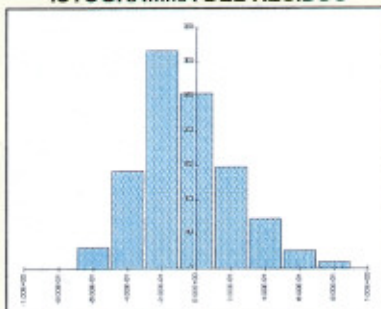
TRASFORMATA DI FOURIER (FFT)



ELIMINAZIONE PERIODICITA' FONDAMENTALE



ISTOGRAMMA DEL RESIDUO



INDIVIDUAZIONE TREND ANNUALE		T1
REGRESSIONE LINEARE		
Coefficiente angolare	0.00026	1/giorno
Errore standard	0.000029	
Trend processo stazionario	0.09655	1/anno
S. Q. M. segnale originario	5.15	°C
Trend annuale	0.497	°C/anno

Fig. 15

L'analisi dei diagrammi delle serie temporali conferma quanto già evidenziato dall'analisi delle funzioni di correlazione, cioè che le termosonde rispondono in egual misura alle variazioni termiche esterne. L'ampiezza delle oscillazioni annuali di temperatura è dell'ordine dei $15 \div 16^\circ\text{C}$. I diagrammi delle temperature evidenziano, in corrispondenza dei minimi invernali, oscillazioni a periodo settimanale, di ampiezza di $3 \div 4^\circ\text{C}$ presumibilmente da porre in relazione con il riscaldamento della Basilica, che viene acceso il Sabato e spento di Domenica.

La termosonda T5, installata all'interno del pilastro Sud-Ovest del tetrapode Nord-Est mostra oscillazioni settimanali molto più smorzate, in relazione con l'inerzia termica della muratura.

L'analisi delle correlazioni degli estensimetri a filo ha mostrato che essi forniscono segnali caratterizzati dalla stessa periodicità delle termosonde ma in opposizione di fase rispetto ad esse: all'aumentare della temperatura gli estensimetri registrano un avvicinamento relativo tra i due punti di misura.

I soli estensimetri a filo EF3 ed EF8, a causa delle piccole ampiezze delle oscillazioni annuali, dovute alla maggior rigidità della struttura dove sono installati, e della presenza di cicli settimanali (dovuti, come già indicato, al riscaldamento invernale della Basilica) con ampiezza dello stesso ordine di quella dei cicli annuali, sono caratterizzati da un contenuto in frequenza che non presenta picchi significativi in corrispondenza della frequenza annuale.

L'estensimetro a filo EF8 presenta un picco nella trasformata di Fourier in corrispondenza di una frequenza equivalente ad un periodo di circa 170 giorni. Per quanto riguarda gli estensimetri a filo EF3 ed EF7, come già evidenziato nell'analisi delle correlazioni, la trasformata di Fourier ha evidenziato una periodicità fondamentale superiore ai due anni, da mettere in relazione al fatto che il segnale è campionato in un intervallo di tempo finito e presenta un trend rilevante.

Mentre il periodo delle oscillazioni annuali degli strumenti analizzati risulta costante, l'ampiezza di tali oscillazioni è molto variabile. I valori dell'ampiezza media delle oscillazioni annuali degli estensimetri a filo e la corrispondente variazione di temperatura della termosonda più vicina sono riportati nella *Tabella 5*.

Tabella 5 – Ampiezza delle oscillazioni annuali del segnale degli estensimetri a filo e della corrispondente variazione di temperatura. Un valore negativo di ΔL indica un avvicinamento relativo dei due punti di misura. L'ampiezza determinata per l'estensimetro a filo EF10 non risulta attendibile

	TERMOSONDA CORRISP.	ΔL annuale mm	ΔL annuale $^\circ\text{C}$
EF 1	T4	- 2.09	13.0
EF 2	T1	- 1.13	14.9
EF 3	T1	- 0.18	14.9
EF 4	T1	- 1.19	14.9
EF 5	T4	- 2.22	13.0
EF 6	T4	- 2.73	13.0
EF 7	T2	- 1.01	13.5
EF 8	T3	- 0.23	13.1
EF 9	T3	- 1.15	13.1
EF10	T4	N.A.	13.0
EF11	T4	- 2.28	13.0

Dalla *Tabella* si nota che gli estensimetri a filo EF1, EF5, EF6, EF11, posizionati sui pilastri della Cupola dell'Ascensione presentano variazioni di ampiezza più elevate rispetto agli altri strumenti, in particolare comprese tra 2.0 e 2.8 mm in corrispondenza di una variazione di temperatura di circa $13,0^\circ\text{C}$. Tali strumenti sono installati ad un'altezza di circa 90 cm dal

piano dei matronei in corrispondenza dei pilastri d'angolo della Cupola dell'Ascensione, dove è minimo il vincolo strutturale dovuto alla presenza dei matronei.

Gli estensimetri EF2, EF4, EF7, EF9, invece, in corrispondenza di una variazione di temperatura compresa tra 13,5 e 14,9° C, presentano variazioni di ampiezza minori rispetto agli strumenti precedenti comprese tra 1.0 e 1.2 mm, in quanto risultano ubicati ad un'altezza di circa 2.40 m dal piano dei matronei e misurano gli spostamenti relativi tra i pilastri lungo una direzione parallela a quella dei matronei stessi: il comportamento deformativo alla quota degli ancoraggi dell'estensimetro a filo è dunque sicuramente influenzato dal contrasto offerto dai matronei che irrigidiscono la struttura limitando gli spostamenti relativi tra i pilastri nella loro direzione.

A riprova di questa osservazione l'estensimetro a filo EF3, installato ad una quota di circa 80 cm rispetto al piano dei matronei, e dunque maggiormente influenzato dal vincolo offerto da tali strutture, presenta oscillazioni di ampiezza annuale molto minori di tutti gli altri strumenti (attorno a 0.2 mm).

Anche l'estensimetro a filo EF8, posizionato nella volta Ovest della Cupola di San Giovanni, presenta variazioni di ampiezza molto piccole. Questo comportamento può essere giustificato dalla presenza di una catena metallica in corrispondenza dello strumento che presumibilmente limita le deformazioni termiche delle strutture.

In relazione al riscaldamento invernale della Basilica l'ampiezza delle oscillazioni segnalate dagli strumenti è in media pari a 0.6 mm per gli estensimetri a filo posti in prossimità della Cupola dell'Ascensione (EF1, EF5, EF6 ed EF11) e pari a 0.5 mm per gli strumenti posizionati lungo i matronei. Queste oscillazioni sono correlate alle variazioni termiche che, nel periodo invernale, avvengono con frequenza settimanale.

Si può osservare inoltre che il rapporto tra l'ampiezza delle oscillazioni settimanali e il corrispondente $\Delta T + 3-4^{\circ}\text{C}$ è dello stesso ordine di grandezza del rapporto tra le ampiezze delle oscillazioni annuali degli estensimetri a filo e quelle della temperatura per cui le strutture rispondono in modo simile alle oscillazioni di periodo annuale e settimanale.

Solamente per gli estensimetri a filo EF3 ed EF8 l'ampiezza delle oscillazioni settimanali è maggiore di quella che potrebbe essere attesa in relazione all'entità delle variazioni annuali.

Il comportamento anomalo dell'estensimetro a filo EF3, come già evidenziato in precedenza, è collegato al fatto che esso risulta installato ad una quota molto prossima al piano dei matronei in corrispondenza quindi di una struttura molto rigida.

Per quanto riguarda l'estensimetro a filo EF8, il suo comportamento anomalo è dovuto al fatto che tale strumento è installato su strutture che sono direttamente investite dal flusso di aria calda del riscaldamento (i condotti di mandata dell'aria calda sono posizionati sopra la Cappella di S. Isidoro), per cui è possibile che l'andamento della temperatura in prossimità dell'estensimetro a filo EF8 sia molto diverso da quanto registrato dalla termosonda più vicina (T4). La presenza del riscaldamento induce infatti variazioni termiche considerevoli sulle strutture in prossimità dello strumento.

Pertanto le oscillazioni settimanali dell'estensimetro a filo EF8, nonostante siano smorzate per la presenza della catena metallica lungo il matroneo, risultano di entità simile a quelle degli altri strumenti in relazione alle variazioni di temperatura che possono essere ritenute molto maggiori.

I segnali provenienti dagli inclinometri presentano anch'essi un andamento in opposizione di fase con la temperatura: all'aumentare della stessa gli strumenti registrano un'inclinazione negativa, cioè verso l'esterno della Basilica, secondo le convenzioni di segno degli inclinometri riportate nella planimetria di Fig. 1.

L'analisi armonica evidenzia una periodicità annuale analoga a quella presente nei segnali degli estensimetri a filo. Il contenuto in frequenza degli inclinometri I2 e I4 presenta il picco fondamentale in corrispondenza di un periodo superiore a due anni, da mettere in relazione esclusivamente con il fatto che il segnale presenta un trend di entità rilevante ed è campionato in un intervallo limitato di tempo.

Nella Tabella 6 sono riportate le variazioni di ampiezza delle oscillazioni annuali degli inclinometri e le corrispondenti variazioni di temperatura.

Tabella 6 – Ampiezza delle oscillazioni annuali del segnale degli inclinometri e della corrispondente variazione di temperatura

	TERMOSONDA CORRISP.	ΔI incl. annuale DEG	ΔT annuale °C
I1	T1	- 0.01160	14.9
I2	T4	- 0.01208	13.0
I3	T4	- 0.03195	13.0
I4	T3	- 0.03531	13.1

Gli estensimetri sulle lesioni forniscono segnali privi di periodicità e caratterizzati da numerose discontinuità: è possibile ipotizzare che queste discontinuità siano dovute in parte ad urti subiti dagli strumenti (la maggior parte di essi infatti sono ubicati ad una quota di circa 60 cm dal piano dei matronei in prossimità di punti di passaggio di persone), ed in parte ad attriti presenti tra le componenti meccaniche degli strumenti causati dalla polverosità dell'ambiente.

Tali discontinuità dunque non possono essere eliminate e non consentono di valutare le oscillazioni termiche annuali rilevate dallo strumento.

L'analisi della componente armonica del segnale ha consentito di evidenziare:

- oscillazioni annuali di ampiezza compresa tra 2.09 e 2.73 mm per tutti gli estensimetri a filo installati in corrispondenza dei pilastri d'angolo della Cupola dell'Ascensione;
- oscillazioni annuali di entità più contenuta (di ampiezza compresa tra 1.01 e 1.19 mm) in corrispondenza degli estensimetri a filo installati su strutture che presentano un maggior grado di vincolo;
- oscillazioni annuali di ampiezza molto piccola, paragonabile con quelle dovute al riscaldamento invernale, per gli estensimetri a filo EF3 ed F8;
- oscillazioni annuali di ampiezza compresa tra - 0.0116 e - 0.3530 per gli inclinometri.

Trend annuale degli strumenti

Dopo aver determinato ed eliminato la componente armonica di lungo periodo, il segnale è stato elaborato attraverso un'interpolazione lineare, come indicato in precedenza, per determinare il trend annuale.

Nella Tabella 7 sono riportati i valori di trend ottenuti.

Tali valori vengono nel seguito commentati cercando di evidenziare quali di essi risultino effettivamente significativi.

Per quanto riguarda gli estensimetri a filo EF3 ed EF7, il cui segnale trasformato in frequenza è caratterizzato da un picco corrispondente ad un periodo superiore ai due anni, il programma di calcolo automaticamente ha escluso nel calcolo tale periodicità fittizia depurando il segnale dalla periodicità corrispondente al picco successivo con altezza maggiore. Dal momento che nel segnale dell'estensimetro EF3 non è stata evidenziata una frequenza dominante, oltre a quella fittizia, il trend annuale è stato determinato tramite regressione lineare eseguita direttamente sul segnale originario, tenendo conto anche del fatto che l'istogramma di probabilità dei dati non filtrati ha tutte le caratteristiche di quello relativo a un rumore «bianco».

Per quanto riguarda l'estensimetro a filo EF8 il trend è stato calcolato depurando il segnale dalla periodicità semestrale evidenziata dall'analisi in frequenza; una successiva depurazione anche dalla periodicità annuale non ha apportato significativi cambiamenti al trend annuale già calcolato.

Si osserva innanzitutto che i segnali ottenuti dalle termosonde presentano un sensibile trend annuale, pari in media a 0,54° C/anno, probabilmente dovuto ad oscillazioni di temperatura di periodo maggiore a quello della finestra di campionamento.

Tabella 7 – Trend annuale delle registrazioni degli strumenti del sistema di monitoraggio della Basilica di San Marco

TREND ANNUALE			
ESTENSIMETRI A FILO		INCLINOMETRI	
EF1	- 0.046 (mm/anno)	I1	0.0002 DEG/anno
EF2	- 0.008 (mm/anno)	I2	0.0036 DEG/anno
EF3	- 0.156 (mm/anno)	I3	- 0.0029 DEG/anno
EF4	- 0.179 (mm/anno)	I4	- 0.0058 DEG/anno
EF5	0.120 (mm/anno)	TERMOSONDE	
EF6	- 0.149 (mm/anno)		
EF7	- 0.464 (mm/anno)		
EF8	0.008 (mm/anno)		
EF9	0.135 (mm/anno)		
EF11	- 0.084 (mm/anno)		
CONVENZIONI DI SEGNO			
ESTENSIMETRI A FILO:		INCLINOMETRI:	
Avvicinamento relativo (-)		Inclin. verso esterno della Basilica (-)	
Allontanamento relativo (+)		Inclin. verso esterno della Basilica (+)	

Poiché le strutture, come evidenziato in precedenza, risultano molto sensibili alle variazioni di temperatura, non è possibile prescindere da tale effetto nella valutazione del trend annuale degli estensimetri a filo e degli inclinometri.

In relazione all'entità dell'influenza delle variazioni di temperatura sul comportamento strutturale, infatti, il trend relativo alle termosonde fa ipotizzare che almeno una parte del trend di chiusura relativo agli estensimetri a filo sia da attribuirsi unicamente a questa variazione di temperatura.

Per valutare, almeno in maniera approssimata, l'influenza del trend di temperatura sul segnale proveniente dagli estensimetri a filo, è stato calcolato il rapporto $\Delta L/\Delta T$ tra le ampiezze medie delle oscillazioni annuali del segnale degli estensimetri e delle termosonde; tale rapporto rappresenta la variazione dello spostamento misurato dall'estensimetro in corrispondenza di una variazione unitaria di temperatura. Il rapporto $\Delta L/\Delta T$ è stato successivamente moltiplicato per il trend annuale del segnale della termosonda così da ottenere una stima del valore (ΔL_{CORR}) corrispondente alla quota parte dello spostamento causato dalla variazione di temperatura residua. Il trend ricavato dall'analisi dei segnali degli estensimetri a filo è stato infine depurato dal valore ΔL_{CORR} , ottenendo quindi un valore (Tabella 8) non influenzato dal trend di temperatura, che è stato a questo punto confrontato con l'accuratezza dello strumento che risulta pari a 0.075 mm.

L'analisi svolta ha evidenziato il fatto che gli estensimetri a filo EF1, EF2, EF6, EF8, e EF11 presentano un trend annuale di entità dello stesso ordine dell'accuratezza dello strumento e che quindi non può essere ritenuto significativo. Gli altri strumenti presentano un trend di valore compreso in modulo tra 0.14 e 0.22 mm/anno. L'estensimetro a filo EF7 registra invece un trend annuale più elevato, pari in modulo a 0.42 mm/anno, come ci si poteva aspettare in base a quanto emerso dall'analisi delle correlazioni.

Analizzando i risultati si osserva inoltre che l'apparente trend dell'estensimetro EF6 è dovuto quasi per intero al trend di riscaldamento della temperatura, mentre gli altri estensimetri non sono influenzati in maniera determinante da tale fenomeno.

Tabella 8 – Depurazione del trend annuale degli estensimetri a filo dall'effetto del trend presente nei segnali delle termosonde. Sono evidenziati i trend definitivi valutati, cioè quelli che risultano significativi dopo il confronto con l'accuratezza dell'estensimetro a filo che è 0.075 mm

	TREND EF mm/anno	EF - ΔL CORR mm/anno	EF - ΔL CORR mm/anno
EF1	- 0.046	- 0.097	0.051
EF2	- 0.008	- 0.038	0.030
EF3	- 0.156	- 0.006	- 0.150
EF4	- 0.179	- 0.040	- 0.139
EF5	0.120	- 0.103	0.223
EF6	- 0.149	- 0.127	- 0.022
EF7	- 0.464	- 0.041	- 0.423
EF8	0.008	- 0.009	0.017
EF9	0.135	- 0.046	0.181
EF11	- 0.084	- 0.106	0.023

Il comportamento degli strumenti può quindi essere interpretato come segue:

- Trend di chiusura con valori compresi tra - 0.14 e - 0.15 mm/anno per gli estensimetri a filo EF3 ed EF4;
- Trend di chiusura di valore - 0.42 mm/anno per l'estensimetro a filo EF7;
- Trend di apertura con valore compreso tra 0.18 e 0.22 mm/anno per gli estensimetri a filo EF5 ed EF9.

L'elaborazione dei valori del trend annuale per tenere conto della presenza di un trend nell'andamento della temperatura è stata eseguita anche per gli inclinometri (*Tabella 9*).

Si nota che sia l'inclinometri I1 che l'inclinometro I3 presentano valori del trend che si mantengono al di sotto dell'accuratezza dello strumento che è pari a 0.0029°.

Tabella 9 – Depurazione del trend annuale degli estensimetri a filo dall'effetto del trend presente nei segnali delle termosonde. Sono evidenziati i trend definitivi valutati. L'accuratezza degli inclinometri è pari a 0.0029°

	TREND I °/anno	ΔI CORR °/anno	I - ΔI CORR °/anno
I1	0.0002	- 0.0003	0.0005
I2	0.0036	- 0.0004	0.0040
I3	- 0.0029	- 0.0011	- 0.0018
I4	- 0.0058	- 0.0011	- 0.0047

Il comportamento degli inclinometri può essere interpretato nel modo seguente:

- Trend di inclinazione concorde verso nord di valore compreso tra 0.0040 e 0.0047 °/anno per gli inclinometri I2 e I4.

Per quanto riguarda gli estensimetri sulle lesioni, infine, i valori del trend annuali sono riportati nella *Tabella 10*. Tali valori riportati in tabella sono stati determinati tramite un'interpolazione lineare ai minimi quadrati dal momento che l'eccessiva presenza di discontinuità, presumibilmente dovute ad urti subiti dalle parti meccaniche dello strumento, non rendeva possibile l'esecuzione dell'analisi armonica utilizzata per i segnali provenienti dagli estensimetri a filo e dagli inclinometri.

Tabella 10 – Trend annuale delle registrazioni degli estensimetri sulle lesioni del sistema di monitoraggio della Basilica di San Marco. Chiusura (–) Apertura (+)

TREND ANNUALE	
<i>ESTENSIMETRI SULLE LESIONI</i>	
EL1	– 0.0119 (mm/anno)
EL2	0.0033 (mm/anno)
EL3	0.0097 (mm/anno)
EL4	– 0.0286 (mm/anno)
EL5	0.0788 (mm/anno)

In particolare la maggior parte di questi valori risulta inferiore all'accuratezza dello strumento, con la sola eccezione dello spostamento dell'estensimetro EL5 installato sul pilastro attualmente oggetto di intervento. Come si osserva dal diagramma, tale estensimetro ha sviluppato la maggior parte dello spostamento soprattutto nel primo periodo del suo funzionamento.

6. – CONCLUSIONI

L'approccio metodologico qui proposto per l'interpretazione dei dati provenienti dagli strumenti di un sistema di monitoraggio in continuo può essere finalizzata all'approfondimento agli aspetti conoscitivi riguardanti due tipi di comportamento della struttura su cui esso è installato: da una parte la dipendenza delle deformazioni evidenziate dai vari elementi strutturali dalle variazioni di temperatura, dall'altra la presenza di trend deformativi non correlati ai fenomeni termici.

Questi fenomeni possono essere evidenziati in via preliminare dall'analisi delle correlazioni esistenti tra le registrazioni fornite dai vari strumenti del sistema di monitoraggio.

Per fornire una valutazione quantitativa dei fenomeni, il primo dei comportamenti strutturali sopra citati può essere studiato analizzando la componente armonica del segnale, che risulta essere la quota parte dello spostamento complessivo dovuta alla variazione periodica della temperatura. La successiva eliminazione di tale componente armonica consente di individuare l'andamento delle deformazioni non connesse alle variazioni termiche.

L'applicazione di questa metodologia di analisi al caso del sistema di monitoraggio installato nella Basilica di San Marco ha consentito di definire il quadro deformativo di tale struttura sia nel periodo annuale che nel lungo periodo.

L'analisi delle funzioni di correlazione ha permesso in un primo momento di evidenziare la stretta correlazione esistente tra variazioni di temperatura e spostamenti, oltre che tra i dati provenienti da strumenti dello stesso tipo, ed inoltre di individuare quali situazioni risultino anomale rispetto al contesto generale.

L'analisi delle componenti armoniche ha confermato l'omogeneità del comportamento deformativo su scala annuale delle varie parti della struttura, evidenziando per gli estensimetri a filo installati sui pilastri d'angolo della Cupola dell'Ascensione componenti armoniche di periodo annuale e di ampiezze molto simili. Gli strumenti installati sulle strutture maggiormente vincolate, o per la presenza dei matronei (EF2, EF4 ed EF9) o perché in prossimità della muratura d'ingresso (EF7), hanno invece evidenziato componenti armoniche di ampiezza minore e sfasamenti di alcuni giorni rispetto ai segnali degli altri estensimetri a filo. È risultato singolare il comportamento degli estensimetri a filo EF3 ed EF8, situati in prossimità di strutture più vincolate rispettivamente per la presenza del piano dei matronei e di una catena metallica.

Le componenti armoniche evidenziate dagli inclinometri sono anch'esse di periodo annuale e presentano ampiezze maggiori in corrispondenza degli strumenti situati nella parte Nord della Basilica (I3, I4).

Il comportamento deformativo della Basilica nel lungo periodo è stato individuato determinando i valori del trend annuale, relativi agli estensimetri a filo ed agli inclinometri, ritenuti significativi in relazione all'accuratezza dello strumento e dopo aver depurato l'effetto del trend del segnale di temperatura.

La deformazione nel lungo periodo degli estensimetri a filo indica in particolare un sensibile trend di avvicinamento dei pilastri della navata centrale in prossimità dell'ingresso.

Il braccio Nord del transetto non presenta movimenti rilevanti, ad eccezione dell'allontanamento relativo dei pilastri a cui è agganciato l'estensimetro a filo EF9, mentre il braccio Sud del transetto presenta un avvicinamento relativo dei pilastri rilevato dagli estensimetri a filo EF3 ed EF4 ed un allontanamento registrato dall'estensimetro EF5.

BIBLIOGRAFIA

- ANNUAL BOOK OF ASTM STANDARDS, SECTION 4, *Construction, Volume 04.02, Concrete and Aggregates*, U.S.A., 1991.
- BARTOLI G., BLASI C., DE ROBERTIS N., FORABOSCHI P., *Metodi di elaborazione di dati provenienti da sistemi di monitoraggio: il caso della Cupola di Santa Maria del Fiore*, Bollettino Ingegneri, Gennaio-Febbraio nn. 1-2, 1991.
- BARTOLI G., BLASI C., GUSELLA V., *Monitoring of the Brunelleschi Dome: Analyses and Evaluation of the Structural Behaviour*, IABSE Symposium, Roma, 1993.
- BENDAT J.S., ALLAN PIERSOL G., *Engineering applications of correlation and spectral analysis*, Wiley-Interscience, New York., 1971.
- BENDAT J.S., ALLAN PIERSOL G., *Random data: Analysis and measurement procedures*, Wiley-Interscience, New York, 1971.
- BRILLINGER D.R., *Time Series: Data Analysis and Theory*, Holden-Day, San Francisco, 1981.
- BROWN E.T., *Rock Characterization Testing and Monitoring, ISRM Suggested Methods, Published for the Commission on Testing Methods*, International Society for Rock Mechanics, Pergamon Press, 1977.
- CASTOLDI A., CHIARUGI A., GIUSEPPETTI G., PETRINI G., *Static monitoring system of the Brunelleschi Dome in Florence*, IABSE Symposium, Bergamo, 1987.
- CASTOLDI A., ANESA F., IMPERATO L., GAMBA F., *Cattedrale di S. Maria del Fiore, Firenze: Sistema di Monitoraggio Strutturale della Cupola e del suo Basamento*, Pubblicazioni Ismes, Bergamo, 1989.
- COLLANA DI INGEGNERIA STRUTTURALE, N. 9, *Monitoraggio delle strutture dell'ingegneria civile a cura di P.G. Malerba*, CISM (International Centre for Mechanical Sciences), Udine, 1995.
- OTNES R.K., ENOCHSON L., *Applied Time Series Analysis*, Wiley-Interscience, New York, 1978.
- ROSSI P.P., VENTRUCCI F., VIO E., *Structural Assessment of St. Mark's Basilica, Venice*, IABSE Symposium, Venezia, 1992.
- ROSSI P.P., VAVASSORI M., *Il sistema di monitoraggio delle torri e del Duomo di Pavia*, Pubblicazioni Ismes, Bergamo, 1993.
- VAVASSORI M., *Monitoring of monuments: instrumentation installed at the Structural Mechanics Departement of Pavia and relevant activity*, COMETT PERMANENT TRAINING COURSE Monitoring and non-destructive Surveys of monuments, University of Pavia, September 1992.